

Pracovní list s příkladem pro učitele a studenty

Zkoumání modelů na kalkulačtu s vědeckými funkcemi fx-82CEX

Matematika může sloužit k modelování, k lepšímu pochopení světa i k vytváření předpovědí.

Například, Australský statistický úřad (ABS) odhadl, že populace Austrálie (tj. počet lidí žijících v Austrálii k danému datu) je 23 860 100 k 30. září 2015.

Máme k dispozici údaje ABS o populaci v první polovině 20. století.



Rok	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960
Populace	3 765 339	4 425 083	5 411 297	6 500 751	7 077 586	8 307 481	10 391 920

- Vytvořte model ročního růstu populace a vyzkoušejte ho porovnáním výsledků se známým údajem, který činí 24 126 200 k 30. červnu 2016.
- Pomocí tohoto modelu odhadněte populaci Austrálie k určitému datu v budoucnosti, například k září 2020.

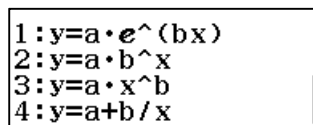
Pro řešení tohoto problému musíme najít vztah mezi výše uvedenými daty. Pro předpověď nemůžeme použít pouze roční míru růstu populace, ale použijeme exponenciální funkci. Použijeme exponenciální funkci ve tvaru $a \cdot b^x$.

Koeficienty a a b najdeme pomocí následujících kroků:

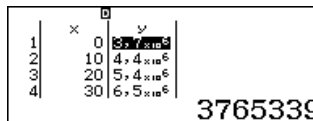
- w \rightarrow 2 (Statistika) a stiskněte =¹



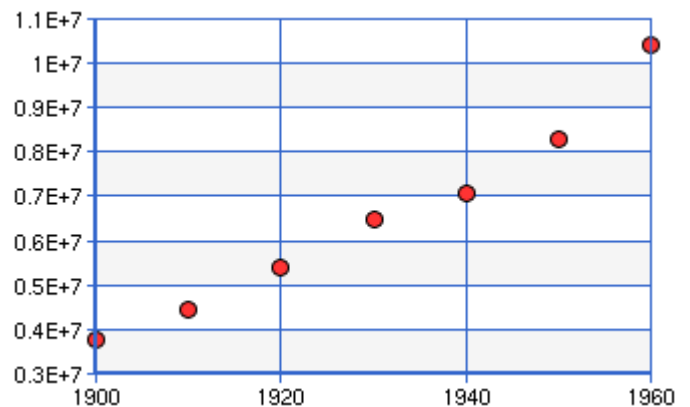
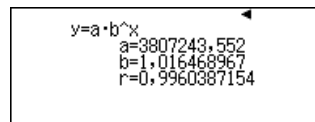
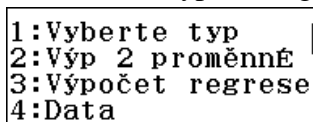
- Stiskněte R a vyberte možnost 2



- Zadejte odpovídající hodnoty: x je rok a y počet obyvatel²



- Pro uložení vložených hodnot stiskněte tlačítko C
- Pro nalezení a a b , stiskněte T (=možnost) a vyberte možnost 3 (Výpočet regrese)



Bodové diagramy můžete získat pomocí funkce QR Code³. Prostřednictvím QR Code si může prohlédnout on-line vizualizaci dat.



¹ Tento symbol označuje rovnost

² Postačí, když zadáte 0 pro rok 1900, 10 pro 1910, 20 pro 1920 atd. Když zadáváme velká čísla (v řádu milionů), kalkulačtu použije zkrácené zobrazení.

Například, když zadáme 3 765 339, uvidíme jen $3,7 \cdot 10^6$.

³Chcete-li vytvořit graf pomocí funkce QR Code, vraťte se na dříve zadaná data a stiskněte q a T. Více informací na <https://goo.gl/VRPDTw>

Hledaná funkce pro tento populační model je $f(x) = 3,807243 \cdot 10^6 \cdot 1,016468967^x$.

x pro rok 2016 je 116 (1900+116=2016).

Dosaďme toto: $f(116) = 3,807243 \cdot 10^6 \cdot 1,016468967^{116} = \underline{25\,323\,806}$.

A to je údaj velmi blízký známému údaji.

Kalkulátor také můžete použít k nalezení hodnoty v určitém bodě.

Stiskněte T a přesuňte kurzor na pravou stranu, až se objeví Regrese (možnost 4):
vyberte možnost 4.

1: Suma
2: Proměnná
3: Min/Max
4: Regrese

Abyste zjistili, jaká je funkční hodnota pro 116, vyberte možnost 5 (\hat{y}) a
zadejte 116 a stiskněte =.

1: a	2: b
3: r	4: \hat{x}
5: \hat{y}	

116 \hat{y}	25323811,59
---------------	-------------

(Existuje malý rozdíl mezi tímto číslem a číslem, které
jsme dostali, když jsme dosadili 116 do funkce)

Pokud by vás zajímalo, kterému roku odpovídá určitý počet obyvatel, volte 4 (\hat{x}) a zadejte požadované
číslo před tím. V roce 2020 by počet obyvatel měl být někde kolem 27 033 699.

Řešení: počet obyvatel Austrálie v roce 2016 je velmi blízký známému údaji.

Předpověď populace pro rok 2020 činí 27 033 699.

Poznámka: Podobně můžeme analyzovat změnu počtu obyvatel v České republice.

Rok	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
Populace	8 925 122	9 659 818	9 805 157	10 326 792	10 362 740	10 272 503	10 517 247

Vaším úkolem je

- vybrat vhodný model (jako například $a=bx$, $a=b \cdot \ln(x)$, $a \cdot x^b$ atd.) pro roční míru růstu populace na základě výše uvedených dat. (Pokud zkusíte $a=b \cdot \ln(x)$, nemůžete použít nulu jako x . Zadejte data, jak je naznačeno níže.)

M	x	y
1	10	$8,9 \times 10^6$
2	20	$9,6 \times 10^6$
3	30	$9,8 \times 10^6$
4	40	1×10^7

10

- otestovat ho porovnáním výsledku se známým údajem, který činí 10 578 820 v roce 2016.

Když se podíváte na údaje na oficiální stránce ČSÚ (Českého statistického úřadu), myslíte si, že má smysl pokládat si stejnou otázku jako v bodě **b**, předchozího úkolu?³

³ Zdroj: www.czso.cz/csu/czso/population